

عرض وتبويب البيانات الإحصائية

يعتبر عرض وتبويب البيانات الإحصائية الخطوة الثانية (بعد تجميع هذه البيانات) في مفهوم التحليل الإحصائي. ففي مجال الدراسات والأبحاث الاقتصادية والاجتماعية المالية والإدارية والتربوية وغيرها، يحصل الباحث على معلومات ضخمة يصعب عليه وعلى القارئ وصفها أو تفسيرها بسهولة لاستخلاص بعض الحقائق أو المدلولات الإحصائية منها. لذلك يلجأ الباحث إلى حصر وتصنيف هذه البيانات وعرضها بطريقة مختصرة تساعد على فهمها وتحليلها إحصائياً للتعرف عليها ووصفها ومقارنتها بغيرها من الظواهر، والخروج ببعض المدلولات الإحصائية عن مجتمع الدراسة.

تفريع وتبويب البيانات الإحصائية

بعد عملية جمع البيانات سواء من مصادرها الأصلية باستخدام الاستمارات أو من المصادر المطبوعة أو المنشورة، يكون من الصعب في كثير من الأحيان تفهم أو استنتاج أي معلومات عن الظاهرة أو الصفة التي جمعت عنها البيانات، لذلك تقوم بتبويب تلك البيانات وعرضها في جداول إحصائية بحيث تتمكن باستعراضها من تكوين فكرة عامة عن الظاهرة محل الدراسة، وهذه الجداول تكون أساساً للتحليل الإحصائي. وهناك طريقتان لتبويب البيانات: الطريقة اليدوية والطريقة الآلية.

(أ) التبويب اليدوي:

ويمكن تلخيص طريقة التبويب اليدوي في تكوين جداول تفريع يتكون كل جدول من ثلاث أعمدة يخصص العمود الأول منها لبيان قيم أو شكل المتغير (كمي أو وصفي)، والعمود الثاني لوضع الإشارات نتيجة فرز الاستمارات واحدة تلو الأخرى مقابل الإجابة المناسبة وبذلك تتحول كل إجابة إلى إشارة (/) وتسهل العملية بوضع الإشارات على شكل حزم تضم كل منها خمس إشارات (++++). وهذا الإجراء لتسهيل عملية العد، أما العمود الثالث فهو مخصص لوضع عدد الإشارات الموجودة مقابل كل إجابة، وهو ما نطلق عليه اسم التكرار.

(ب) التيوب الآلي:

وقد تطورت هذه العملية عبر الزمن فبعد أن كانت تنجز باستخدام الآلات التقليدية المعروفة آلة التقيب وآلة المراجعة وآلة الفرز وآلة التيوب، أُجِّح بالإمكان القيام بهذه العمليات بواسطة الحاسب الآلي وذلك بوضع بعض البرامج التي تقوم بهذه العمليات. ولننظر في عمليات المعالجة التي يمكن استعمالها لإعطاء المعنى للبيانات مع وصولها ولنأخذ بعين الاعتبار المجموعة التالية من البيانات المتعلقة بعدد المشتغلين في 102 منشأة صناعية صغيرة في الكويت:

مثال (1): الأرقام التالية هي عبارة عن عدد المشتغلين في 102 منشأة صناعية صغيرة في الكويت:

،6	،2	،4	،1	،6	،5	،4	،3	،4	،6	،4	،1	،1	،5	،2	،1
،4	،6	،5	،5	،3	،1	،5	،2	،5	،6	،3	،5	،1	،2	،6	،3
،6	،5	،7	،1	،2	،4	،5	،5	،3	،1	،2	،1	،2	،4	،6	،3
،1	،7	،8	،2	،1	،3	،8	،5	،4	،2	،7	،3	،6	،5	،7	،3
،7	،6	،4	،7	،6	،4	،7	،2	،5	،3	،5	،3	،5	،7	،4	،2
،4	،6	،5	،3	،7	،4	،7	،6	،3	،1	،2	،5	،6	،1	،2	،7
										،8	،8	،1	،8	،7	،1

كما نلاحظ فإنه من الصعب استقراء أي شيء من هذه الكومة من الأرقام، ومن ثم فإنه لا بد من تنظيمها بطريقة أخرى، وأبسط طريقة لتنظيمها هو تبويبها.

نبدأ بتحديد مجال للمتغير في هذه العينة أي كل قيم المتغير التي ظهرت، فنلاحظ أن المتغير في هذا المثال (عدد المشتغلين) هو متغير يبدأ بـ 1 وينتهي برقم 8 لذلك تتبع الخطوات التي تم إدراجها أعلاه فنكون جدول تفرغ من ثلاثة أعمدة كما يلي:

جدول رقم (1)
التوزيع التكراري للمنشآت حسب عدد المشتغلين

التكرار	الإشارات	قيم المتغير (عدد المشتغلين)
15		1
13	111	2
12	11	3
13	111	4
16	1	5
14		6
12	11	7
5		8

يخصص العمود الأول لقيم المتغير (عدد المشتغلين) ثم نأخذ قيم العينة واحدة بعد أخرى ونضع إشارة في المكان المناسب في العمود الثاني فمثلاً القيمة 1 نضع إشارة في صف واحد والقيمة 2 نضع إشارة في صف 2 وقيمة أخرى 5 نضع إشارة في الصف الخامس . . . وهكذا حتى تتم العينة كلها وبالتالي سنجد أننا وضعنا عدداً من الإشارات تساوي عدد المشاهدات في العينة (102) .

يعتبر العمودان الأول والثالث معاً جدول التوزيع التكراري للمتغير وهو الذي يعطينا عدد المرات التي ظهرت فيها كل من قيم المتغير في العينة. فمثلاً القيمة 1 ظهرت أو تكررت 15 مرة، أي أن هناك 15 منشأة صناعية صغيرة في كل منها عامل واحد كما تكررت القيمة 8 مثلاً خمسة مرات بمعنى أن هناك منشآت صناعية في كل منها ثمانية مشتغلين. ويمكن اتباع نفس الخطوات عند تبويب المتغيرات الوصفية.

مثال (2):

أخذت عينة من موظفي شركة الصناعات الوطنية وكانت جنسياتهم كما يلي:

كويتي، مصري، لبناني، كويتي، سوري، كويتي، مصري، مصري،
لبناني، هندي، كويتي، كويتي، مصري، سوري، هندي، كويتي،
مصري، كويتي، هندي، كويتي.

يلاحظ أن المتغير في هذا المثال هو متغير وصفي وله خمسة فئات فقط، وكما عملنا في المثال السابق نكون جدولاً من ثلاثة أعمدة الأول للمتغير الوصفي (وهو الجنسية)، والثاني للإشارات والثالث للتكرارات ونكمل التفريغ كما عملنا في المثال (1) .

جدول رقم (2)
توزيع موظفي الشركة حسب الجنسية

التكرار	الإشارات	المتغير (الجنسية)
8	III IIII	كويتي
5	IIII	مصري
2	11	لبناني
2	11	سوري
3	111	هندي

إن الفرق الأساسي بين المثالين (1) ، (2) هو أن الترتيب في الأول ملزم في حين أنه ليس كذلك في المثال الثاني وهذا هو الفرق بين المتغيرات الكمية والوصفية.

تجميع البيانات:

عندما تكون قيم المتغير كثيرة نسبياً مقارنة بالمثالين السابقين أو يكون المتغير كمياً متصلاً، فمن الصعوبة بمكان تخصيص خانة لكل قيمة من قيم المتغير كما فعلنا . لذلك نجمع القيم المتقاربة في عدد مناسب من الفئات، لا يكون صغيراً جداً بحيث تضع معالم التوزيع كما لا جيب أن يكون كبيراً جداً بحيث يفقده صفة التلخيص ويكون استقراؤه صعباً .

لا توجد هناك قاعدة ثابتة للحصول على العدد الملائم من الفئات، ولكننا عادة ما نأخذ عدداً من الفئات تتراوح بين 5 و 12 فئة طبقاً لحجم العينة، ويراعى في ذلك أن تكون حدود الفئات ملائمة ويتم ذلك بتحديد طول مدى العينة وهو الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة، ثم نحدد طول الفئة .

طول الفئة:

$$\text{طول الفئة} = \frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}}$$

وعادة يكون خارج القسمة غير مناسب (حيث يكون من كسر) وفي هذه الحالة نزيده لنحصل على أطوال مناسبة للفئات، ونختار حدوداً لها بحيث تغطي جميع قيم المتغير الموجودة في العينة أي أن مدى الفئات أكبر من مدى العينة .

كذلك يجب أن تكون الفئات واضحة الحدود بحيث لا يكون هناك تداخل بين الفئات، كما يجب أن لا تفصل بينها فراغات .

مثال (3):

الأرقام التالية توضح قيمة القروض بالآلاف دينار كويتي، التي منحها بنك التسليف والادخار في دولة الكويت لخمسين من عملائه:

52، 78، 54، 71، 69، 61، 73، 76، 43، 70، 67، 67، 55،
58، 63، 77، 79، 41، 80، 72، 71، 68، 66، 57، 73، 86،
78، 46، 81، 82، 75، 74، 82، 83، 85، 89، 78، 67، 91،
93، 98، 75، 35، 84، 47، 58، 64، 83، 38.

والمطلوب إعداد جدول توزيع تكراري لهذه البيانات .

كما نلاحظ من الأرقام أعلاه، فإن أكبر قيمة هي 98 وأصغر قيمة هي 35 وبذلك يكون المدى $= 98 - 35 = 63$.

وبما أن حجم العينة متوسط فإنه بإمكاننا أن نأخذ 7 فئات وبذلك يكون:

$$\text{طول الفئة} = \frac{63}{7} = 9$$

ويمكن أن نأخذ طول الفئة 10 من أجل تسهيل العملية الحسابية، وبذلك يكون مدى الفئات 70 أي أكثر قليلاً من طول مدى العينة. ويفضل تقسيم الزيادة بالتساوي تقريباً قبل القيمة الصغرى وبعد القيمة الكبرى ويمكن بذلك إقترح الحدود التالية للفئات:

- من 30 إلى أقل من 40 وتكتب 30 -
من 40 إلى أقل من 50 وتكتب 40 -

وتسمى هذه الفئات مفتوحة من أعلى ويكون جدول التفرغ كالتالي:

جدول رقم (3)

التوزيع التكراري للمقترضين حسب قيم القرض

التكرار	الإشارات	قيم المتغير (القرض)
2	11	- 30
4	1111	- 40
5	1111	- 50
10	1111 1111	- 60
16	1 1111 1111 1111	- 70
10	1111 1111	- 80
3	111	- 90

يجب أن نتذكر أن تجميع البيانات قد يؤدي إلى خسارة بعض المعلومات (التي هي القيم المنفردة) وذلك بهدف التبسيط، ولكن ما نحصل عليه الآن بفعل التجميع هو قدرة أهل على المشاهدة، وتقدير عشر المجموعة الكاملة للبيانات، بحيث يصبح من الأهل تحليلها .

أشكال التوزيع التكراري في فئات:

يمكن التمييز بين الأشكال التالية للجدول التكرارية في فئات من حيث:

(أ) من حيث الانتظام في أطول الفئات:

- (1) جداول منتظمة حيث تكون الفئات ذات أطوال متساوية.
- (2) جداول غير منتظمة حيث لا تتساوى في أطوال الفئات.

(ب) من حيث تعيين حدود الفئتين الأولى والأخيرة:

- (1) جدول تكراري مفتوح من أسفل حيث لا يعرف فيه الحد الأدنى للفئة الأولى.

- (2) جدول تكراري مفتوح من أعلى حيث لا يعرف فيه الحد الأعلى للفئة الأخيرة.
- (3) جدول تكراري مفتوح الطرفين حيث الحد الأدنى للفئة الأولى والحد الأعلى للفئة الأخيرة غير معلومين.

أشكال الفئات :

(أ) الشكل العام مثل 50 إلى أقل من 60 وتكتب 50 -

60 إلى أقل من 70 وتكتب 60 -

وهذه الصورة العامة للفئات .

(ب) الفئات المحددة البداية والنهاية مثل 30 - 39

40 - 49

وفي هذا الشكل يحدد كل من الحد الأدنى والحد الأعلى لكل فئة وتستخدم فقط في حالة المتغيرات المتقطعة .

وقد ساعد ظهور وتطور الحاسب الآلي بكل أشكاله على تسهيل عملية تبويب وعرض البيانات التي يمكن الحصول عليها سواء من المصادر الأولية (أي من خلال صحيفة استبيان) أو من المصادر المطبوعة أو ما هو الفرق بين المطبوع والمنشور . ولكن لا بد من استعراض الأساس الذي تستند إليه عملية عرض البيانات وتبويبها . وتتوقف طريقة عرض البيانات على نوع هذه البيانات وعلى الحقائق المطلوب إبرازها .

التوزيعات التكرارية

كما أسلفنا فإننا لا حظنا أن جداول التوزيع التكرارية للبيانات الكمية تعتبر أساساً لمعظم العمليات الإحصائية الوصفية منها والتحليلية .

ويجب الإشارة هنا إلى أنه إذا كان تقسيم الفئات مناسباً في الجدول بمعنى أنها ليست كثيرة جداً وليست قليلة جداً، فإن ذلك يخفف من الانتقال فجأة من تكرار صغير إلى تكرار كبير، وبالتالي نحصل على توزيع تكراري متناسق، حيث تكون التكرارات قليلة في الفئات الدنيا ثم تزايد تدريجياً إلى أن تصل إلى حدها الأعلى أمام فئة متوسط الجدول، ثم تدرج في الصغر بعد ذلك، ويمكن ملاحظة ذلك في مثال (1) والذي يبين توزيع المنشآت الصناعية الصغيرة حسب عدد المشتغلين ، وفي الغالب نجد أن الظواهر التي تتغير لأسباب طبيعية أو وراثية تتوزع بشكل متماثل وخصوصاً إذا كانت المجموعات متماثلة أو متجانسة .

الجدول التكرارية المتجمعة:

ويستخدم هذا النوع من الجداول التكرارية لمعرفة عدد المفردات في التوزيع الأكبر أو الأقل من قيمة معينة، هي الحدود الدنيا أو العليا للفئات التي يتكون منها جدول التوزيع التكراري الأصلي، وبالتالي أما أن يكون التكرار المجتمع صاعداً أو نازلاً.

ولنأخذ التوزيع التكراري للمنشآت حسب عدد المشغلين، الموجود في جدول رقم (1)، حيث يمكن استخلاص التكرار المجتمع الصاعد والنازل كما يلي:

جداول التكرار المجتمع الصاعد والنازل المستخرج من جدول رقم (1)

التكرار المجتمع النازل		التكرار المجتمع الصاعد		التكرار (عدد منشآت) ك	المتغير (عدد لمشغلين) س
التكرار المجتمع	الحدود	التكرار المجتمع	الحدود		
100	1 فأكثر	صفر	أقل من 1	15	1
85	2 فأكثر	15	أقل من 2	13	2
72	3 فأكثر	28	أقل من 3	12	3
60	4 فأكثر	40	أقل من 4	13	4
47	5 فأكثر	53	أقل من 5	16	5
21	6 فأكثر	69	أقل من 6	14	6
17	7 فأكثر	83	أقل من 7	12	7
5	8 فأكثر	95	أقل من 8	5	8
صفر	9 فأكثر	100	أقل من 9		
				100	المجموع

من الجدول أعلاه، بإمكاننا معرفة عدد المفردات التي تكون قيمتها أقل من قيمة معينة من خلال التكرار المتجمع الصاعد، كذلك فإنه بإمكاننا معرفة عدد المفردات التي قيمتها متساوية وأكبر من قيمة معينة من التكرار المتجمع النازل.

ويمكن تمثيل التكرار المتجمع الصاعد بيانياً، عن طريق المنحنى المتجمع الصاعد. كذلك يمكن تمثيل التكرار للمتجمع النازل عن طريق المنحنى المتجمع النازل.

ومن الجدير بالذكر أن المنحنيين يلتقيان عند النقطة التي يكون إحداثيها السيني هو الوسيط. أما في حالة البيانات المبوبة في فئات فيمكن الرجوع في ذلك إلى جدول رقم (2) المتعلق بتوزيع المقترضين من بنك التسليف والادخار حسب فئات القروض، فيمكن استنتاج التكرار المتجمع الصاعد والتكرار المتجمع النازل كما يلي:

جدول التكرار المتجمع الصاعد والنازل للمستنج من جدول رقم (2)

التكرار المتجمع النازل		التكرار المتجمع الصاعد		عدد المقترضين ك	المتغير فئات القرض
التكرار المتجمع	الحدود	التكرار المتجمع	الحدود		
50	35 فأكثر	صفر	أقل من 35	3	-35
47	45 فأكثر	3	أقل من 45	4	-45
43	55 فأكثر	7	أقل من 55	7	-55
36	65 فأكثر	14	أقل من 65	14	-65
22	75 فأكثر	28	أقل من 75	15	-75
7	85 فأكثر	43	أقل من 85	6	-85
1	95 فأكثر	49	أقل من 95	1	(105) -95
صفر	105 فأكثر	50	أقل من 105		ا
				50	المجموع

ويمكن استخدام الجدول التكراري المتجمع الصاعد والجدول التكراري المتجمع النازل في الجدول أعلاه لنفس الغرض الذي يستخدم فيه في حالة المتغيرات المتصلة. فيمكن إيجاد تقدير لعدد المفردات التي تحمل قيمة الظاهرة عند حدود معينة وغير موجودة بالجدول التكراري، حيث يمكن حساب ذلك التقدير باتباع أسلوب النسبة والتناسب على النحو التالي:

التكرار المتجمع الصاعد المطلوب = التكرار المتجمع الصاعد السابق + نسبة التغير × (فرق التكرارين المتجمعين الصاعدين المحيطين بالقيمة)

مثال:

من الجدول السابق أوجد تقديراً لنسبة المقترضين الذين اقترضوا أقل من 72 ألف دينار.

الحل:

بالرجوع إلى جدول التكرار المتجمع الصاعد يمكن التوصل إلى ما يلي :

أقل من 65 ألف دينار يقابلها تكرار متجمع صاعد 14

أقل من 72 ألف دينار يقابلها تكرار متجمع صاعد ؟؟

أقل من 75 ألف دينار يقابلها تكرار متجمع صاعد 28

التكرار المتجمع الصاعد المقابل للقيمة البينية 72 ألف دينار =

$$(14-28) \times \frac{65-72}{65-75} + 14 =$$

$$14 \times \frac{7}{10} + 14 =$$

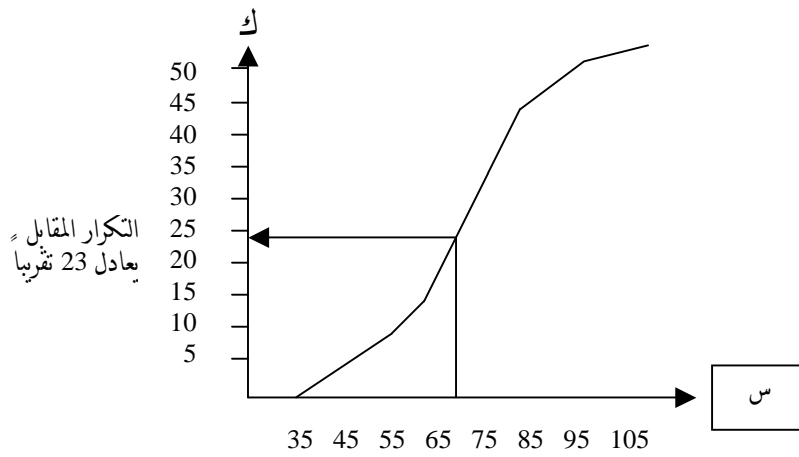
$$23,8 = 9,8 + 14 =$$

وتكون نسبة من اقترضوا أقل من 72 ألف دينار هي :

$$0.476 = \frac{23,8}{50} \text{ أي } 47.6\% \text{ من إجمالي المقترضين.}$$

ويلاحظ ظهور كسور في الإجابة وليس في ذلك ما يعيب الإجابة حيث يدل التكرار المستنتج على التكرار النظري والذي يستخدم في العمليات الحسابية اللازمة لإيجاد النسبة.

ومن ناحية أخرى، فإنه يمكن التوصل إلى نفس النتيجة من الرسم، وذلك برسم منحنى التكرار المتجمع الصاعد على ورقة الرسم البياني، ثم إيجاد قيمة التكرار المتجمع الصاعد المقابل للقيمة 72 على المحور الأفقي، وذلك بإقامة عمود عند تلك النقطة يقطع المنحنى في نقطة مقابلة للتكرار المتجمع الصاعد المطلوب (انظر الرسم).



كذلك فإنه يمكن استخدام الجدول التكراري المتجمع النازل لحساب تقدير العدد، وبالتالي لنسبة المفردات التي تحمل القيمة عند حدود معينة فأكثر، فمثلاً نلاحظ أن عدد المقترضين لمبلغ يساوي 55 ألف دينار فأكثر هو 43 مقترضاً بنسبة تعادل:

$$0.86 = \frac{43}{50} \quad \text{أي ما يعادل } 86\% \text{ من إجمالي المقترضين.}$$

كذلك فإن عدد من اقترضوا مبالغ تعادل 75 ألف فأكثر هو 22 مقترضاً، بنسبة تعادل $0.44 = \frac{22}{50}$ أي ما يعادل 44% من إجمالي المقترضين وهكذا.

أما في حالة أن المطلوب هو إيجاد تقدير لنسبة المفردات التي تحمل قيمة الظاهرة عند حدود معينة غير موجودة في الجدول المتجمع النازل، فإنه يمكن تقديرها باتباع أسلوب النسبة والتناسب، مع ملاحظة أن

عدد التكرارات في هذه الحالة تتناقص بالتدرج تبعاً لتغير الحدود . لذلك تظهر قيمة التغير بالسالب وليس بالموجب .

مثال:

المطلوب تقدير نسبة المقترضين (في المثال السابق) الذين اقترضوا مبالغ تعادل ألف دينار فأكثر .

الحل:

من جدول التكرار المتجمع النازل يمكن استنتاج التالي:
 55 فأكثر يقابلها تكرار متجمع نازل 43 مقترضاً .
 58 فأكثر يقابلها تكرار متجمع نازل ؟؟ مقترضاً .
 6 فأكثر يقابلها تكرار متجمع نازل 36 مقترضاً .
 وتطبيق الأسلوب السابق

التكرار المتجمع المطلوب = التكرار المتجمع النازل - نسبة التغير × فرق التكرارين المتجمعين النازلين
 المحيطين بالقيمة

$$(36 - 43) \times \frac{55 - 58}{55 - 65} - 43 = \text{فيكون عدد المقترضين لـ 58 ألفاً فأكثر}$$

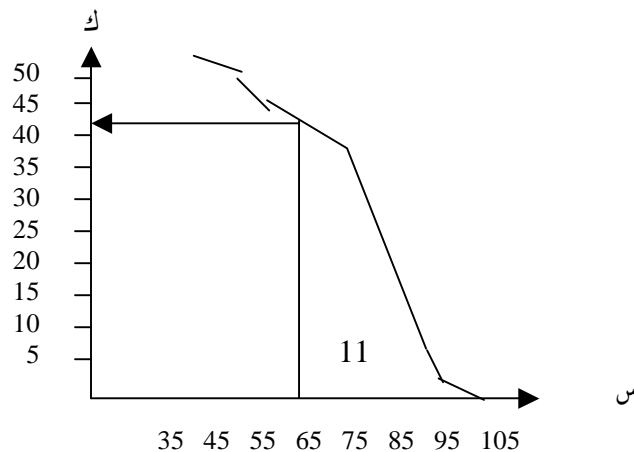
$$7 \times \frac{3}{10} - 43 =$$

$$40.9 =$$

ويكون تقدير النسبة كما يلي:

$$0.818 = \frac{40.9}{50} \text{ أي } 81.8\% \text{ من إجمالي المقترضين .}$$

ويمكن التوصل إلى نفس النتيجة من الرسم وذلك برسم منحنى التكرار المتجمع النازل وتعيين النقطة على محور التكرارات (المحور الرأسي) المقابلة للقيمة المطلوبة على المحور الأفقي (انظر الرسم) .



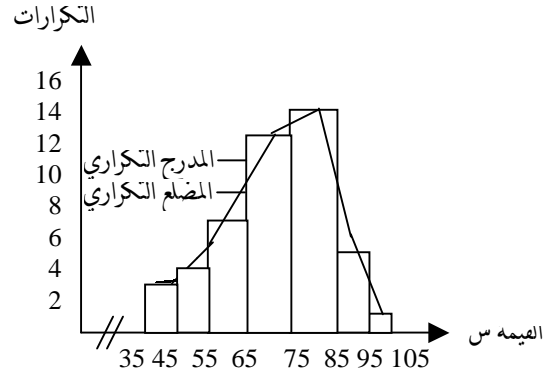
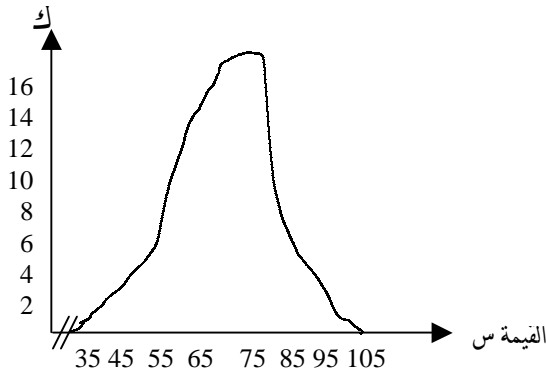
جدول التكرار النسبي:

وهو نوع آخر من الجداول التكرارية التي يمكن استنتاجها من جدول التوزيع التكراري الأصلي. وهذا النوع من الجداول يفيد في تكوين فكرة إستدلالية أخرى عن اتجاه الظاهرة قيد البحث. ويتم تحديد التكرار النسبي الخاص بكل فئة بقسمة تكرار كل فئة على مجموع التكرارات، وبالتالي يمكن معرفة الفرق النسبي لكل فئة من الفئات المتعلقة بالظاهرة.

التمثيل البياني والهندسي للجداول التكرارية:

يمكن تمثيل بيانات الجدول التكراري عن طريق رسم:

- (1) المدرج التكراري، وهو عبارة عن أعمدة (مستطيلات) متلاصقة يمثل كل منها التكرارات المقابلة لقيم الظاهرة كما في الشكل أدناه.
- (2) المضلع التكراري، ويمكن رسمه على المدرج التكراري وذلك بتعيين منتصفات القواعد العليا لأعمدة المدرج التكراري، وتوصيل هذه المنتصفات بخط منكسر، فنحصل على المضلع التكراري كما هو في الشكل أيضاً.
- (3) المنحنى التكراري، ويمكن الحصول عليه بعملية تهذيب للمضلع التكراري ولا يشترط أن يمر المنحنى بجميع نقاط المضلع التكراري.



خواص التوزيعات التكرارية:

وتختلف المنحنيات التكرارية بعضها عن بعض تبعاً لطبيعة تغير الظواهر التي تمثلها وهناك ثلاث خواص عامة للمنحنيات يمكن من خلال الحكم على شكل التوزيع الذي تمثله:

(1) من حيث الشكل العام:

أ) المنحنى التكراري وحيد القمة مثل المنحنى التكراري لتوزيع القروض من أحد البنوك.

ب) المنحنى التكراري متعدد القمم مثل المنحنى التكراري لتوزيع رواتب موظفي شركة كبرى.

(2) من حيث الالتواء (مدى تماثل المنحنى التكراري)

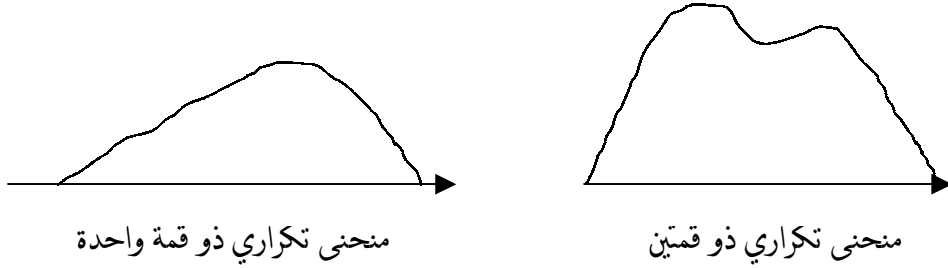
أ) المنحنى التكراري المتماثل، مثل المنحنى التكراري للهرم السكاني أو لمجموعة كبيرة من موظفي الدولة.

ب) المنحنى التكراري غير المتماثل، حيث يكون أحد الطرفين ملتو أكثر من الآخر، فقد يكون أكثر التواءً ناحية اليسار أو ناحية اليمين.

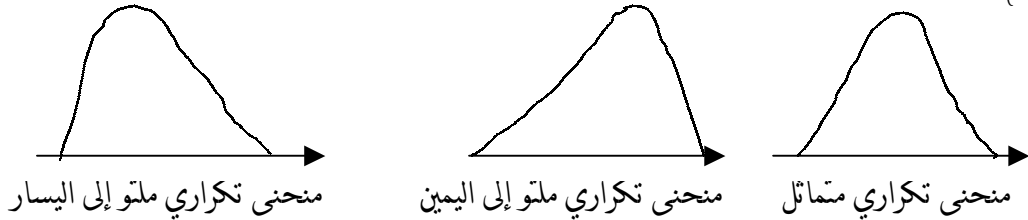
(3) من حيث التفرطح:

حيث تختلف المنحنيات ذات القيمة الواحدة، من حيث مدى الاتساع فقد يكون المنحنى التكراري مدبباً حيث تضيق قمته بشكل ملحوظ، وقد تتسع قمة المنحنى فيقال أنه منحنى مفرطح، والتفرطح يعتبر مقياساً لاحتمال وجود القيم المتطرفة.

(1)



(2)



(3)

