أمثلة محلولة على فترات الثقة

1) **فترة الثقة للمتوسط (بمعلومية تباين المجتمع σ)**

- الاستدلال الإحصائي :

الحد الأعلى للفترة : $\bar{\chi}+Z_{\propto/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

الحدل الأدنى للفترة : $\bar{\chi}-Z_{\propto/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

مثال:

أخذت عينة عشوائية حجمها 4 مفردات من مجتمع طبيعي متوسطة (μ) وتباينه 0.04 وكانت المشاهدات هي 14.8، 15.4، 15.6، 14.2 . أوجد تقديراً للمتوسط الحسابي للمجتمع عند مستوى 5% .

الحل :

$$\bar{\chi}=\frac{\Sigma\chi}{n}=\frac{60}{4}=\underline{\underline{15}}$$

$$\sigma \quad =\sqrt{0.04}=0.2 ، \ n=4$$

$$\mathrm{P}(\bar{\chi}-1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\langle\mu\langle\bar{\chi}+1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}})=$$

$$P(15-1.96\frac{0.2}{2}\langle\mu\langle\bar{\chi}+1.96\frac{0.2}{2})=$$

$$(14.804 \quad ، \quad 15.196)$$

ويسمى الناتج تقدير الفترة لمتوسط المجتمع (μ) عند مستوى المعنوية 5% أو بثقة 95% .

مثال آخر:

إذا كان الايداع اليومي من مصرف هو متغير عشوائي يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط μ وانحراف معياري يساوي 150 د.ك. لاحتساب فترة ثقة لمتوسط الايداع اليومي في هذا البنك أخذت عينة من 400 عميلاً فوجد أن متوسط الايداع اليومية 550 د.ك. احسب فترة الثقة؟

$$= 0.01 \ ، \ \sigma = 150 \ ، \ N = 400 \ ، \ \bar{\chi} = 550$$

الحد الأعلى: $530.65 = 550 + 2.58\frac{150}{20}$

الحد الأدنى: $596.35 = 550 - 2.58\frac{150}{20}$

2) <u>فترة الثقة للمتوسط</u> (عندما تكون σ مجهولة)

الحد الأعلى : $\bar{\chi} + t_{n-1,\propto/2} = \frac{S}{\sqrt{n}}$

الحد الأدنى: $\bar{\chi} - t_{n-1,\propto/2} = \frac{S}{\sqrt{n}}$

<u>مثال:</u>

نفس المثال السابق حيث أن الانحراف المعياري من العينة = 120 وحجم العينة 25. فاحسب فترة الثقة 0.95.

$$S = 120 \ ، \ n = 25 \ ، \ \bar{\chi} = 550 \ ، \chi = 0.05$$

الحد الأعلى :

$$550 + 2.064\frac{120}{5} = 599.54$$

الحد الأدنى:

$$550 - 2.064\frac{120}{5} = 500.46$$

3) <u>تقدير فترة الثقة لنسبة الحدوث في المجتمع:</u>

يستخدم التوزيع الطبيعي دائماً حيث أن:

p = نسبة من مجتمع، $\sigma = \frac{(1-p)p}{n}$ الانحراف المعياري من مجتمع

p = نسبة من العينة ، $S = \frac{(1-p)p}{n}$ عينة.

الحد الأعلى: $p + Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{(1-p)p}{n}}$

الحد الأدنى: $p - Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{(1-p)p}{n}}$

مثال : لتقدير نسبة عملاء فرع لمصرف معين في منطقة ما، أخذت عينة عشوائية مكونة من 200 شخص فكان عدد عملاء الفرع 120 شخصاً . المطلوب تقدير نسبة عملاء المصرف في المنطقة بثقة 95%. وإذا علمنا أن عدد سكان تلك المنطقة يقدر بـ 20000 نسمة. أوجد تقدير لعدد عملاء المصرف في المنطقة .

$$p = \frac{120}{200} = 0.60$$

الحد الأدنى: $0.532 = 0.6 - 1.96\sqrt{\frac{0.4 \times 0.6}{200}}$

الحد الأعلى: $0.668 = 0.6 + 1.96\sqrt{\frac{0.4 \times 0.6}{200}}$

أي أن نسبة عملاء المصرف تقع بين (0.532، 0.668) بثقة 95% كما أن عدد عملاء المصرف في المنطقة يتراوح بين (10,640، 17,360)

حيث أن : $0.532 \times 20000 = 10640$

$0.668 \times 20000 = 114360$