مؤشرات قياس الفقر
وعدم المساواة في التوزيع

مؤشرات قياس الفقر وعدم المساواة في التوزيع

- يُمَكننا خط الفقر من التعرف على الفقراء على أنهم أفراد تلك الأسر التي لا تستطيع إنفاق ما يمكنها من مقابلة تكلفة الإحتياجات الأساسية كما يلخصها خط الفقر z . ويمكن على هذا الأساس حساب الفجوة النسبية للإنفاق لكل فرد في المجتمع على أنها تساوي ما يلي:

$$(1) \quad I_j = \frac{(z - y_j)}{z} \quad j = 1 \ldots\ldots n$$

- ويلاحظ على I_j أنها تكون سالبة للذين يفوق إنفاقهم خط الفقر بينما تكون غير سالبة للذين يساوي إنفاقهم خط الفقر أو يقل عنه.

- ويُعني مؤشر قياس الفقر بتجميع المعلومات حول الفقراء الذين تم تحديدهم على أساس خط الفقر لقياس متوسط درجة الحرمان التي يعاني منها هؤلاء في المجتمع.

- ولأغراض إسناد مثل هذا القياس إلى مرتكزات منطقية إقترح بروفسور Sen (1976) في ورقته "الفقر: مقاربة ترتيبية للقياس"، Econometrica، بديهيتين لابد من إستفاؤهما بواسطة مؤشرات قياس الفقر هما:

- **بديهية الرتابة:** على إفتراض ثبات كل الأشياء الأخرى على حالها ، فإن الإنخفاض في دخل أي من الفقراء لابد من أن يؤدي إلى زيادة الفقر.

- **بديهية التحويلات:** على إفتراض ثبات كل الأشياء الأخرى على حالها ، فإن تحويل للدخل من أحد الفقراء إلى فرد آخر أكثر دخلاً لابد وأن يودي إلى زيادة الفقر.

▪ كما هو معروف، فإن أكثر مؤشرات قياس الفقر استخداما، وأسهلها فهما، هو مؤشر تعداد الرؤوس الذي يعرف على أنه نسبة عدد الفقراء، q، من إجمالي السكان في المجتمع، n، وعادة ما يرمز إليه بالحرف H على النحو التالي:

$$(2) \quad H = q/n$$

▪ ويلاحظ على هذا المؤشر: أنه لا يستوفي متطلبات البديهيتين.

- بملاحظة أن بديهية التحويلاتٍ تعكس إهتماماً بمفهوم الحرمان النسبي مما يتطلب أن يكون مؤشر قياس الفقر حساساً لرفاهية أفقر الفقراء، طور

Foster, Greer and Thornbecke (1984): A Class of Decomposable Poverty Measures, Econometrica 52, pp761-765

مؤشراً للفقر أخذ يعرف بإسمهم، حيث تم إدخال أوزان على الفجوة النسبية للإنفاق لتعكس الإهتمام برفاه أفقر الفقراء، وقد وقع إختيارهم للفجوة عينها لتكون هذه الأوزان وذلك على النحو التالي:

$$(3)\quad P_{\alpha} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{q} \left[\frac{z - y_j}{z} \right]^{\alpha}$$

- حيث α غير سالبة وأكثر من الواحد تعبر عن درجة إهتمام المجتمع برفاه أفقر الفقراء وحيث q هي عدد الفقراء . لاحظ أن مختلف القِيم لهذا المعطى تؤدي إلى عدد من المؤشرات المعروفة، وأن القيم المرتفعة تعكس إهتماما أكبر برفاه أفقر الفقراء، وذلك على النحو التالي:

$$(4)\quad P_o = H = q/n \quad ; \quad \alpha = 0$$

$$(5)\quad P_I = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{q}\frac{(z-y_j)}{z} = \frac{q}{n}\left(1-\frac{y_p}{z}\right) = H\left(1-\frac{y_p}{z}\right) = HI \quad ; \quad \alpha = 1$$

$$(6)\quad P_2 = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{q}\left[\frac{(z-y_j)}{z}\right]^2 \quad ; \quad \alpha = 2$$

- حيث y_p هي متوسط دخل الفقراء وI هي متوسط فجوة الدخل بين الفقراء .

- وكما هو واضح فإن المعادلة رقم (4) تعطي **مؤشر عدد الرؤوس** والذي يقيس مدى تفشي الفقر في المجتمع؛ والمعادلة رقم (5) تعطي **مؤشر فجوة الفقر**، والذي يقيس عمق الفقر؛ والمعادلة رقم (6) تعطي **مؤشر** تربيع فجوة الفقر، والذي يقيس **مدى حدة الفقر**. وتمثل هذه المؤشرات أكثر المؤشرات إستخداماً في الأدبيات التطبيقية.

- يشير مؤشر فجوة الفقر إلى حجم الموارد "التحويلات" المطلوبة لرفع الأسر الفقيرة فوق خط الفقر.

مثال: تمعن المثالين التاليين لتوزيع الإنفاق في مجتمعين يتكون كل منهما من أربعة أسر على النحو التالي:

- المجتمع (A): (1,2,3,4)
- المجتمع (B): (2,2,2,4)
- خط الفقر: $z = 3$

- يلاحظ أن z = $ 3 في كل مجتمع ومن ثم فإن $H=\frac{q}{n}=\frac{3}{4}=0.75$

في كل مجتمع. والآن لاحظ ما يلي:

$$P_1(A)=\frac{1}{4}\left[\frac{(3-1)}{3}+\frac{(3-2)}{3}+\frac{(3-3)}{3}\right]=\frac{1}{4}\left[\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\right]=\frac{1}{4}=0.25$$

$$P_1(B)=\frac{1}{4}\left[\frac{(3-2)}{3}+\frac{(3-2)}{3}+\frac{(3-2)}{3}\right]=\frac{1}{4}\left[\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\right]=\frac{1}{4}=0.25$$

- وعليه $P_1(A)=P_1(B)$ وذلك على الرغم من أن إنفاق أفقر الفقراء في المجتمع A يساوي نصف إنفاق أفقر الفقراء في المجتمع B . ومن ثم فإن مؤشر فجوة الفقر لا يتصف بالحساسية تجاه حدة الفقر.

- الآن لاحظ مؤشر تربيع فجوة الفقر:

$$P_2(A)=\frac{1}{4}\left[\left[\frac{(3-1)}{3}\right]^2+\left[\frac{(3-2)}{3}\right]^2+\left[\frac{(3-3)}{3}\right]^2\right]=\frac{1}{4}\left[\frac{4}{9}+\frac{1}{9}\right]=\frac{1}{4}\mathrm{x}\frac{5}{9}=0.14$$

$$P_2(B)=\frac{1}{4}\left[\left[\frac{(3-2)}{3}\right]^2+\left[\frac{(3-2)}{3}\right]^2+\left[\frac{(3-2)}{3}\right]^2\right]=\frac{1}{4}\left[\frac{1}{9}+\frac{1}{9}+\frac{1}{9}\right]=\frac{1}{4}x\frac{3}{9}=\frac{3}{36}=0.08$$

- مما يعني أن الفقر في المجتمع A أعلى من الفقر في المجتمع B وذلك لحساسية المؤشر لفقر أفقر الفقراء .

- يقيس مؤشر حدة الفقر درجة **عدم المساواة في التوزيع** تحت خط الفقر ويعطى وزن أكبر للأسر التي تأتى في قاع توزيع الدخل "أو الإنفاق" .

الفقر و عدم العدالة في التوزيع

- تعتمد درجة الفقر، كيفما قمنا بقياسها، على توزيع الإنفاق الإستهلاكي في المجتمع المعني وعادة ما يعبر عن ذلك من الناحية النظرية بكتابة مؤشر الفقر بطريقة عامة P على أنه دالة في خط الفقر z، ومتوسط الدخل في المجتمع μ ودرجة عدم عدالة توزيع الإنفاق الإستهلاكي في المجتمع θ ، على النحو التالي:

$$(1)\ P = P(z, \mu, \theta) = P(\frac{\mu}{z}, \theta)\ ;\ \frac{\partial P}{\partial \mu} < 0, \frac{\partial P}{\partial z} > 0, \frac{\partial P}{\partial \theta} > 0$$

- حيث يتوقع أن يقل الفقر مع إرتفاع متوسط الدخل، مع ثبات بقية العوامل، بينما يتوقع أن يزداد الفقر كلما إرتفع خط الفقر، وكلما إرتفعت درجة عدم عدالة التوزيع، مع ثبات العوامل الأخرى في كل حالة.

معايير لقياس عدم العدالة في التوزيع

- افترض أن عدد سكان المجتمع المعني يبلغ n وأن الفرد النمطي $i=1...n$ في مثل هذا المجتمع فإن توزيع الدخل (أو الثروة أو الاستهلاك) هو عبارة عن وصف للدخل الذي يحصل عليه الفرد ، i، ويرمز له بالحرف yi ، وحيث يرمز لتوزيع الدخل بالمتجه $(y1,y2,..yn)$.

- في قياسنا لعدم عدالة توزيع الدخل عادة ما نكون مهتمين بمقارنة عدم العدالة النسبية لتوزيعين للدخل (حسب الفترات الزمنية أو الأقاليم أو الأقطار) . ولأغراض مثل هذه المقارنة يتوجب علينا الإحاطة الفطرية حول عدم العدالة في شكل معايير قابلة للتطبيق .

- توصلت الأدبيات النظرية ، استنادا على عدد من الفلسفات الاجتماعية والأخلاقية ، إلى العديد من هذه المعايير التي تعكس أحاسيسنا الفطرية حول عدم العدالة . من أهم هذه المعايير ما يلي :
  - ← معيار البناء للمجهول .
  - ← معيار السكان .
  - ← معيار الدخل النسبي .
  - ← معيار دالتون (أو مبدأ التحويلات) .

- معيار البناء للمجهول : من الناحية الأخلاقية ، ليس مهما التعرف على من يحصل على الدخول تحت الدراسة . فعلى سبيل المثال ، إذا كان زيد يحصل على x بينما يحصل عبيد على دخل y فإن توزيع الدخل هذا سوف يكون متطابقا مع الحالة التي يحصل فيها زيد على دخل y وعبيد على دخل x ، وذلك فيما يتعلق بالحكم على عدم عدالة التوزيع . ويعني هذا المعيار أنه يمكننا على الدوام ترتيب توزيع الدخل بحيث يصنف الأفراد من الأفقر إلى الأغنى على النحو التالي :

$$y_1 \leq y_2 \leq y_3 \ldots \leq y_n$$

- معيار السكان : يتطلب هذا المعيار أنه عندما نقارن توزيعا للدخل حيث عدد السكان n مع توزيع آخر للدخل حيث عدد السكان 2n مع ثبات نمط الدخل الذي كان سائدا في n ، فإنه سوف لن يكون هنالك اختلاف في درجة عدم عدالة التوزيع في الحالتين . ويعني هذا المعيار أن حجم السكان ليس له تأثير : كلما هو مطلوب للتأثير في درجة عدم عدالة التوزيع هو نسبة السكان الذين يحصلون على مستوى معين للدخل .

- معيار الدخل النسبي : كما هو الحال بالنسبة لحجم السكان ، يمكن القول بأن ما يهم في قياس درجة عدم عدالة التوزيع هو الدخل النسبي وليس الدخل المطلق . ويعني هذا المعيار أنه إذا ما تم الحصول على توزيع للدخل من توزيع قائم وذلك بزيادة (أو انقاص) دخل كل فرد بنفس المعدل ، فإن درجة عدم عدالة التوزيع ستكون متطابقة للتوزيعين .

- كمثال على ذلك تمعن التوزيع التالي للدخل في مجتمع من فردين : A=(100,200) . إذا ضاعفنا دخل الفرد لكل نحصل على التوزيع B=(200,400) . حسب مبدأ السكان فإن أفقر 50% من السكان يحصلون على 33% من الدخل بينما يحصل أغنى 50% من السكان 67% من الدخل في كل من التوزيعين .

- معيار دالتون: لصياغة هذا المعيار تمعن التوزيع التالي : $(y_1 \ldots y_n)$ ؛ وتمعن مستويين للدخل y_i و y_j بحيث i هو الفرد الأقل دخلا على النحو التالي $yi \leq yj$. يعرف التحويل التنازلي (بمعنى عكس التصاعدي) بأنه تحويل للدخل من الفرد غير الغني للفرد غير الفقر (من i إلى j) . يقول معيار دالتون أنه إذا تم الحصول على توزيع للدخل من توزيع قائم وذلك عن طريق سلسلة من التحويلات التنازلية، فإن التوزيع الجديد سيكون أكثر عدم عدالة من التوزيع القائم .

- على أساس هذه المعايير يمكن تعريف مؤشر لعدم عدالة التوزيع على أنه قانون يتم على أساسه إعطاء درجة لعدم العدالة لكل توزيع للدخل بحيث كلما ارتفعت قيمة المؤشر كلما كان يعني ذلك ارتفاع عدم عدالة التوزيع. وعليه يمكن صياغة مؤشر لعدم عدالة التوزيع ، I ، بطريقة عامة على أنه دالة في كل أنواع التوزيع :

$$I = I(y_1 \ldots\ldots y_n)$$

- على أساس هذا التعريف العام يمكن فهم مضامين المعايير الأربعة على النحو التالي:

  - معيار البناء للمجهول يعني أن مؤشر عدم عدالة التوزيع كدالة في الدخول لا يتصف بالحساسية لاستبدال الدخول فيما بين الأفراد (1, ...n) .
  - معيار السكان يعني أنه لكل توزيع $(y_1 ... y_n)$ فإن مؤشر عدم عدالة التوزيع يظل كما هو إذا تضاعف عدد السكان لنفس نمط التوزيع :

$$I(y_1 ... y_n) = I(y_1 ... y_n ; y_1 ... y_n)$$

- معيار الدخل النسبي يعني أنه لكل مضاعف موجب λ فإن :

$$I(y_1 \ldots y_n) = I(\lambda y_1 \ldots \lambda y_n)$$

- معيار دالتون يعني أنه لكل $\delta > 0$ ولكل توزيع $(y_1 .. y_n)$ ولكل :

$$I(y_1 \ldots y_i \ldots y_j \ldots y_n) < I(y_1 \ldots y_i - \delta \ldots y_j + \delta \ldots y_n)$$

- تمعن المثال التالي لتوزيع الانفاق في اليمن وذلك حسب معلومات مسح ميزانية الأسرة لعام 1998 ، حيث قمنا بتجميع الفئات في سبع فئات .

فئة الإنفاق الشهري للفرد (ريال)	عدد الأفراد (تكرار الذين يحصلون على فئة الإنفاق)	إجمالي إنفاق الأفراد (تكرار الإنفاق) (مليون ريال)
أقل من 2399	3802657	6633
3599-2400	3995459	11959
4499-3600	2341064	9393
5699-4500	2098747	10593
7799-5700	1832241	12099
12999-7800	1209669	11681
13.000 وأكثر	379033	7111
إجمالي	15658870	69469

- على أساس معيار السكان و معيار الدخل النسبي يمكن النظر إلى توزيع الإنفاق في اليمن على النحو التالي :

فئة الإنفاق الشهري للفرد (ريال)	التكرار النسبي للأفراد (%)	التكرار النسبي للإنفاق (%)
أقل من 2399	24.28	9.55
3599-2400	25.52	17.22
4499-3600	14.95	13.51
5699-4500	13.40	15.25
7799-5700	11.70	17.42
12999-7800	7.73	16.81
13.000 وأكثر	2.42	10.24
إجمالي	100.00	100.00

- يمكن قراءة هذه المعلومات على النحو التالي :

- أن الذين يقل إنفاقهم الاستهلاكي عن 2399 ريال في الشهر للفرد الواحد يمثلون 24.28 في المائة من السكان في اليمن . يحصل هؤلاء على حوالي 9.6 في المائة من إجمالي الإنفاق الاستهلاكي .

- أن الذين يبلغ متوسط إنفاقهم الاستهلاكي في الشهر 2400 ريال ولكنه يقل عن 3600 ريال للفرد يمثلون حوالي 26% من إجمالي السكان ويحصلون على حوالي 17% من إجمالي الانفاق الاستهلاكي .

- وهكذا دواليك حتى الشريحة الأغنى والتي يفوق فيها متوسط الانفاق الشهري للفرد 13 ألف ريال يمني وهؤلاء يمثلون حوالي 2.4 في المائة من إجمالي السكان ويحصلون على حوالي 10 في المائة من إجمالي الإنفاق .

منحنى لورنز:

- يعتبر منحنى لورنز من أهم الأشكال الهندسية التي تساعد على فهم وقياس درجة عدم عدالة التوزيع في أي مجتمع . استنادا على المعلومات المتوفرة حول توزيع الدخل ، الإنفاق ، في المجتمع يمكن رسم منحنى لورنز باتباع الخطوات التالية :

  - رتب أفراد المجتمع حسب مستوى دخولهم من الأفقر إلى الأغنى .
  - تحصل على التوزيع النسبي لأفراد المجتمع حسب مستويات دخولهم من الأفقر إلى الأغنى (التوزيع التكراري لدخول الأفراد حسب مستويات الدخول) .

- تحصل على التوزيع النسبي لدخل الأفراد حسب مستويات دخولهم من الأفقر إلى الأغنى (التوزيع التكراري النسبي لدخول الأفراد حسب مستويات الدخول) .

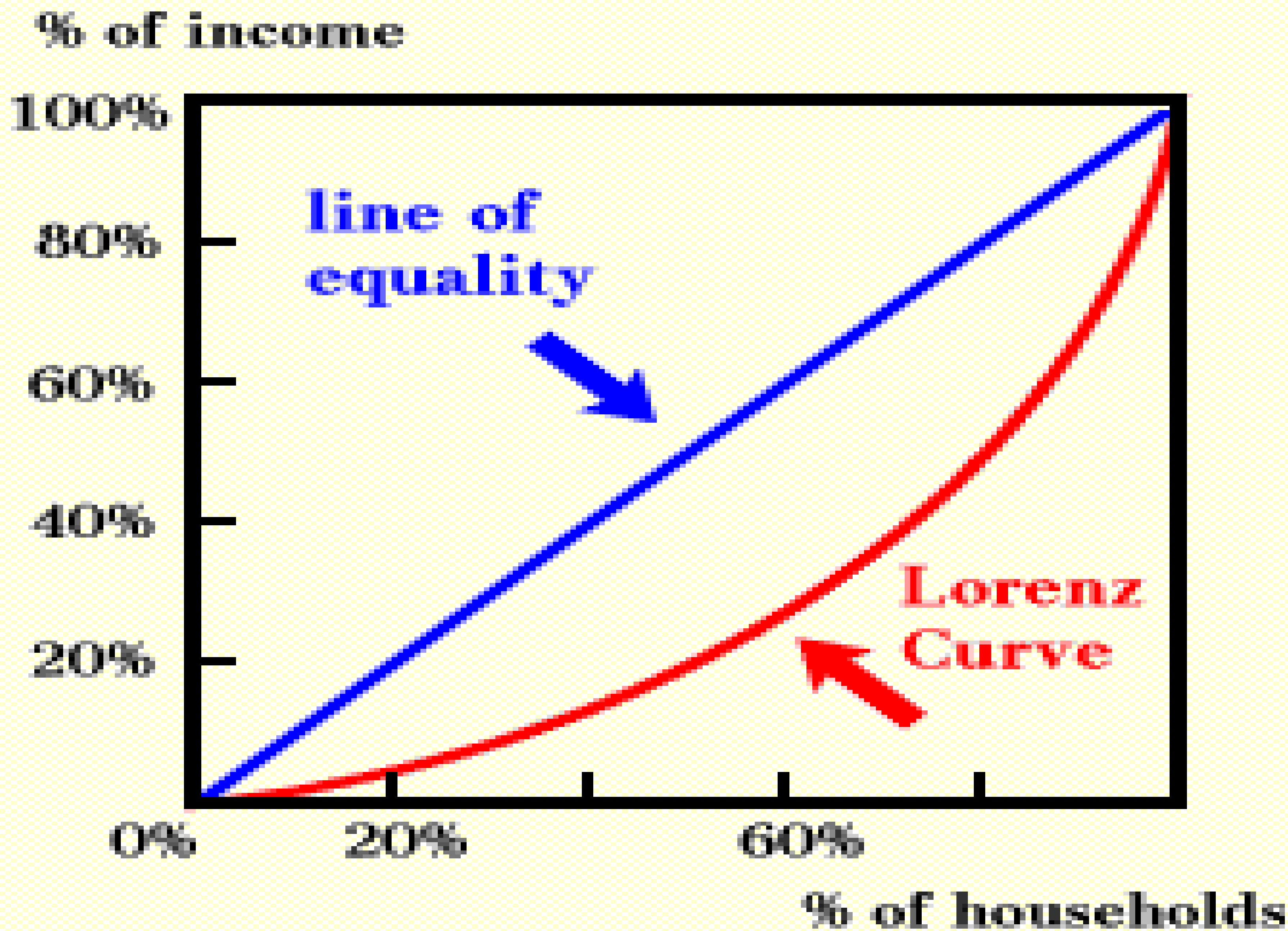
- تحصل على التوزيع النسبي التراكمي للأفراد من الأفقر إلى الأغنى بحيث تكون نسبة السكان الذين لا يحصلون على دخل مساوية للصفر بينما تكون نسبة السكان الذين يحصلون على إجمالي الدخل مساوية للواحد الصحيح .

- تحصل على التوزيع النسبي التراكمي لدخل الأفراد المقابل لنسبة الدخل التراكمية التي تحصل عليها الشريحة السكانية المقابلة في التوزيع التراكمي للسكان .

- ارسم مثلث قائم الزاوية ومتساوي الأضلاع على المحور الأفقي قس الشرائح السكانية التراكمية من صفر إلى 100 وعلى المحور الرأسي قس الأنصبة التراكمية للدخل من صفر إلى مائة .

- يمثل وتر المثلث قراءة متكاملة لحالة العدالة الكاملة بمعنى أنه كل النقاط على الوتر هي النقاط التي يتساوى فيها الأنصبة السكانية التراكمية مع الأنصبة الدخلية التراكمية وتقرأ من الأسفل ، على سبيل المثال أن أفقر 10 في المائة من السكان يحصلون على 10 في المائة من الدخل وهكذا . كما يمكن القراءة من الأعلى مثال أن أغنى 20% من السكان يحصلون على 20 في المائة من الدخل .

- فيما عدا ذلك وبتعيين الشرائح السكانية والأنصبة الدخلية المقابلة كنقاط داخل المثلث نحصل على عدد من النقاط التي تمثل توزيع الدخل أو الإنفاق . بتوصيل هذه النقاط من نقطة الأصل (صفر ، صفر) إلى نقطة النهاية (100,100) نحصل على منحنى لورنز .



A Lorenz Curve illustrates inequality

- مثال: منحنى لورنز لتوزيع الإنفاق في اليمن:

فئة الإنفاق	التكرار النسبي التراكمي للأفراد	التكرار النسبي التراكمي للدخل
أقل من صفر	0	0
أقل من 2400	24.28	9.55
أقل من 3600	49.80	26.77
أقل من 4500	64.75	40.28
أقل من 5700	78.15	55.53
أقل من 7800	89.85	72.95
أقل من 13.000	97.58	89.76
أقل من أعلى فئة	100.00	100.00
منحنى لورنز	معلومات المحور الأفقي	معلومات المحور الرأسي

- يُعيْد رسم منحنى لورنز يمكن قراءة معلومات توزيع الدخل حسب الشرائح المئوية للأفراد مثال "أفقر عشير" و "ثاني أفقر عشير" بمعنى أفقر عشرة في المائة من السكان وثاني "أفقر عشرة في المائة" من السكان . كذلك الحال يمكن قراءة المعلومات على أساس "أفقر 20% من السكان" و "ثاني أفقر 20% من السكان" . بالمقابل يمكن قراءة المعلومات من وجهة نظر "أغنى 10% من السكان " .

- مثال: قراءة منحنى لورنز لتوزيع الإنفاق في اليمن : في تقرير حديث حول الفقر في اليمن قام البنك الدولي برسم منحنى لورنز للإنفاق ومن ثم وفر قراءة لتوزيع الإنفاق حسب الشرائح المئوية على النحو التالي :

عُشير السكان	نصيب الشريحة في إجمالي الإنفاق (%)	العشيرات التراكمية	النصيب التراكمي في إجمالي الإنفاق (%)
العشير الأول: أفقر 10 في المائة	2.95	أفقر 10% من السكان	2.95
العشير الثاني: ثاني أفقر 10%	4.39	أفقر 20% من السكان	7.34
العشير الثالث: ثالث أفقر 10%	5.46	أفقر 30% من السكان	12.82
العشير الرابع: رابع أفقر 10%	6.54	أفقر 40% من السكان	19.36
العشير الخامس: خامس أفقر 10%	7.57	أفقر 50% من السكان	26.93
العشير السادس: سادس أفقر 10%	8.72	أفقر 60% من السكان	35.65
العشير السابع: سابع أفقر 10%	10.21	أفقر 70% من السكان	45.86
العشير الثامن: ثامن أفقر 10%	12.10	أفقر 80% من السكان	57.96
العشير التاسع: تاسع أفقر 10%	15.28	أفقر 90% من السكان	73.24
العشير العاشر: أغنى 10% من السكان	26.76	كل السكان	100

- يتضح من الجدول أعلاه أنه يمكن قراءة منحنى لورنز للعشيرات (أو الشرائح المئوية) السكانية كل على انفراد أو للعشيرات التراكمية ويمكن الحصول على أي من القراءتين من الأخرى إما بالجمع في حالة الحصول على القراءة التراكمية من القراءة الانفرادية أو بالطرح في الاتجاه المعاكس .

- إذا توفرت المعلومات لرسم منحنيات لورنز لقطر معين لفترات زمنية مختلفة أو لنفس الفترة ولكن لأقاليم مختلفة ، أو توفرت المعلومات المقارنة لأقطار ، يمكن الحكم على درجة عدم العدالة في التوزيع في كل حالة وذلك إذا كانت منحنيات لورنز مترتبة بحيث يقع الواحد منها فوق أو تحت الآخر مقارنة بمنحنى العدالة الكاملة الذي يوفره وتر المثلث .

- معيار لورنز: على أساس هذه الملاحظة تمت صياغة معيار لورنز فيما يتعلق بمقارنة عدم عدالة التوزيع . وبالرجوع إلى رسم منحنيات لورنز يقول معيار لورنز أنه إذا كان منحنى لورنز لتوزيع دخل معين A يقع إلى يمين منحنى لورنز لتوزيع دخل مقارن ، B، لكل نقاط المقارنة فإن التوزيع A لا بد أن يكون أكثر عدم عدالة من التوزيع B .

- كما تطلب قياس عدم عدالة التوزيع أن يكون مؤشر عدم عدالة التوزيع متسقا مع المبادئ الأربعة التي تم ذكرها ، كذلك يتطلب قياس عدم عدالة التوزيع أن يكون مؤشر عدم عدالة التوزيع متسقا مع معيار لورنز .

- عليه فإن مؤشر عدم عدالة التوزيع I يعتبر متسقا مع معيار لورنز لتوزيعين $A=(y_1\ldots y_n)$ و $B=(z_1\ldots z_n)$ بحيث:

$$I(y_1 \ldots y_n) \geq I(z_1 \ldots z_n)$$

إذا كان منحنى لورنز للتوزيع A يقع في كل نقطة على يمين منحنى لورنز للتوزيع B

- يرتبط معيار لورنز بالمعايير التي ذكرت سابقا من خلال نتيجة مؤداها أن أي مؤشر لقياس عدم العدالة في التوزيع سيكون متسقا مع معيار لورنز إذا ، وفقط إذا ، كان متسقا مع معايير البناء للمجهول ، والسكان ، والدخل النسبي والتحويلات .

- تتأتى هذه النتيجة نسبة لأن :

- منحنى لورنز يتضمن معايير البناء للمجهول ، والسكان ، والدخل النسبي ، بطريقة آلية كما سبق وأن أوضحنا في الأمثلة ، وذلك لأن المنحنى يتم رسمه على أساس النسب التراكمية .

ماذا عن معيار دالتون للتحويلات العكسية؟ كما سبق وأن لاحظنا يقول هذا المعيار أنه لكل تحويلات من شريحة فقيرة لشريحة أحسن حالا لا بد لعدم عدالة التوزيع من أن تزداد . ولأغراض التأكد من أن منحنى لورنز يتوفر على هذه الخاصية يمكن إجراء تجربة في التوزيع العكسي لحالة اليمن.

- لهذه الأغراض دعنا نحول مبلغ 2000 مليون ريال من الشريحة الثانية (2400-2599) لصالح الشريحة الثالثة (3600-4999) . هذا تحويل عكسي . تمعن منحنى لورنز الجديد مقارنة بمنحنى لورنز في الحالة الابتدائية ، مع ملاحظة أننا نستخدم الشرائح التراكمية :

التكرار النسبي التراكمي للإنفاق بعد التحويل	التكرار النسبي التراكمي للإنفاق (الأصل)	التكرار النسبي التراكمي للأفراد	فئة الإنفاق
9.55	9.55	24.28	أقل من 2899
23.88	26.77	49.80	أقل من 3600
40.28	40.28	64.75	أقل من 4500
55.53	55.53	78.15	أقل من 5700
72.95	72.95	89.85	أقل من 7800
89.76	89.76	97.58	أقل من 13.000
100.00	100.00	100.00	أقل من أعلى فئة

- لاحظ أن منحنى لورنز قد انزاح نحو اليمين عند فئة الدخل أقل من 3600 بمعنى أن نصيب أفقر 49.8% من الأفراد قد انخفض من 26.77% من إجمالي الإنفاق إلى 23.88% من إجمالي الإنفاق في حين لم تتغير نقاط منحنى لورنز الأخرى . ويعني هذا أن درجة عدم عدالة التوزيع بعد التحويل قد أصبحت أكبر من درجة عدم العدالة قبل التوزيع .

- عندما تتقاطع منحنيات لورنز يصعب ترتيب توزيعات الدخل ويتطلب الأمر في مثل هذه الحالة استخدام معايير إضافية عادة ما تعبر عن تفضيلات المجتمع كما قال بذلك أتكينسون .

مؤشرات قياس عدم المساواة في توزيع الإنفاق:

- تتوفر العديد من مؤشرات قياس عدم العدالة في توزيع الإنفاق يستند معظمها على الطرق الإحصائية (أنظر، على سبيل المثال، سن (1997) حول عدم العدالة الاقتصادية؛ مطبعة جامعة أكسفورد). ولاستعراض هذه المؤشرات، دون الدخول في تفاصيل، دع y_i ترمز لإنفاق الفرد i حيث هنالك n فرد في المجتمع. في هذا المجتمع يمكن تعريف

متوسط الإنفاق

$$(2) \quad \mu = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} :$$

نصيب الفرد في إجمالي الإنفاق

$$(3) \quad x_i = \frac{y_i}{n\mu} :$$

- على أساس هذه التعريفات يمكن رصد المؤشرات الإحصائية لقياس عدم العدالة في توزيع الإنفاق على النحو التالي:

  - المدى: ويعرف كالتالي:

$$(4)\quad R = \frac{\left[\max_i \; y_i - \min_i \; y_i\right]}{\mu}$$

- وهو مقياس لعدم عدالة التوزيع تتراوح قيمته بين الصفر، عندما يحصل كل فرد على متوسط الإنفاق و n عندما يحصل فرد واحد على كل الإنفاق.

← متوسط الإنحراف النسبي: ويعرف على النحو التالي:

$$(5) \quad M = \frac{\sum_{i=1}^{n} |\mu - y_i|}{n\mu}$$

- وهو مجمع الإنحرافات المطلقة من متوسط الإنفاق كنسبة من إجمالي الإنفاق. وتتراوح قيمة المؤشر بين صفر في حالة العدالة الكاملة و $\frac{2(n-1)}{n}$ و في حالة حصول فرد واحد على كل الإنفاق.

➔ التباين ومعامل الإختلاف: وتعرف هذه المؤشرات على النحو التالي:

$$(6)\quad V = \frac{\sum_{i} (\mu - y_i)^2}{n}$$

$$(7)\quad C = \frac{\sqrt{V}}{\mu} = \frac{\sigma}{\mu}$$

▪ من أهم خصائص التباين كمؤشر لقياس عدم عدالة التوزيع حساسيته تجاه تحويلات الإنفاق من فرد فقير إلى آخر ثري بحيث يترتب على مثل هذه التحويلات إرتفاع في التباين. وأصبحت هذه الخاصية من أهم المتطلبات التي يجب أن تستوفيهما مؤشرات قياس عدم العدالة.

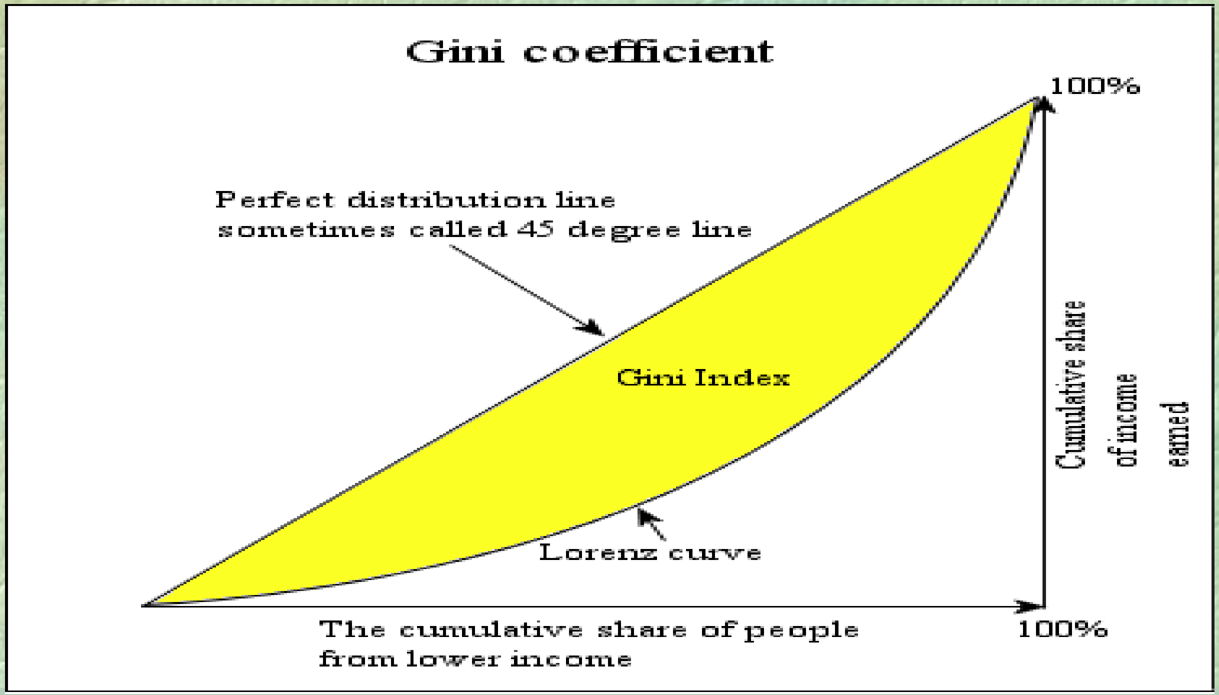
- ويؤخذ على التباين أنه يعتمد على متوسط الإنفاق بحيث يمكن أن يظهر توزيعاً معيناً تباين نسبي كبير مقارناً بتوزيع آخر إلا أن تباينه ربما كان أصغر بسبب تدني متوسط الإنفاق الذي حسبت على أساسه التباينات. ويمثل معامل الإختلاف أحد المؤشرات التي لا تكون حساسة تجاه متوسط الإنفاق.

الإنحراف المعياري للوغاريتمات الإنفاق: ويعرف هذا المؤشر على النحو التالي:

$$(8) \quad L = \left[\sum_{i} (\log \mu - \log y_i)^2 / n \right]^{1/2}$$

معامل جيني:

- يعتبر معامل جيني، الذي يعتمد على منحنى لورنز، أكثر مؤشرات قياس عدم عدالة التوزيع إستخداما . ويعرف معامل جيني على منحنى لورنز على أنه نسبة المساحة المحصورة بين منحنى لورنز ووتر المثلث لإجمالي مساحة المثلث.



- للأغراض التطبيقية يمكن حساب معامل جيني للمعلومات المجمعة على شكل توزيع تكراري على النحو التالي:

$$(9) \quad G = 1 - \sum_{i=1}^{n} (p_i - p_{i-1})(L_i + L_{i-1})$$

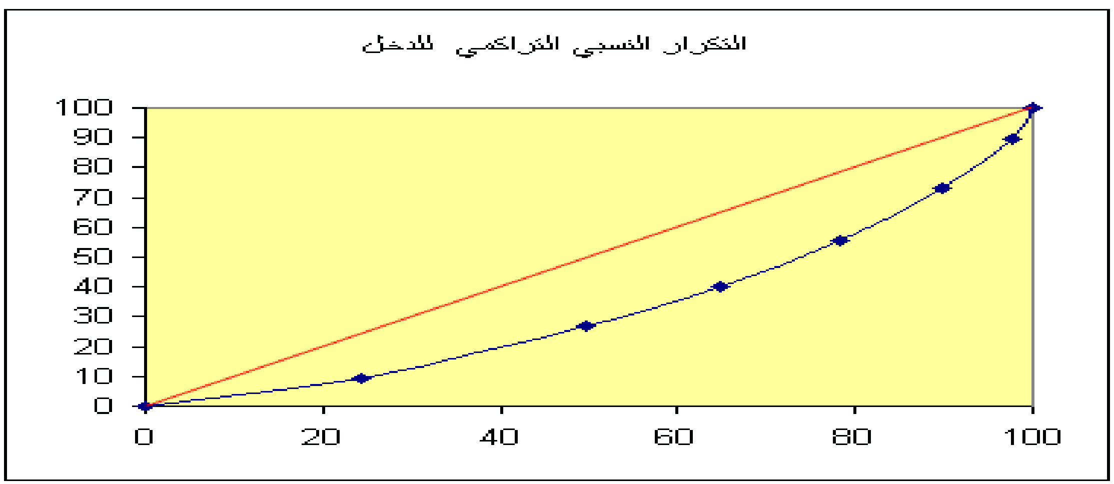
- حيث P هي التوزيع التكراري المتراكم للسكان و L هي التوزيع التكراري المتراكم للإنفاق أو الدخل، وحيث

$$(10) \quad P_n = L_n = 1, \quad P_o = L_o = 0$$

	A	B	C	D	E	F	G
1	فئة الانفاق الشهري	عدد الافراد	إجمالي الانفاق الفردي	التكرار النسبي للافراد	التكرار النسبي للانفاق	التكرار النسبي التراكمي للافراد	التكرار النسبي التراكمي للدخل
2	أقل من 0					0	0
3	أقل 2399	3802657	6633	24,28	9,55	24,28	9,55
4	3599-2400	3995459	11959	25,52	17,21	49,80	26,76
5	4499-3600	2341064	9393	14,95	13,52	64,75	40,28
6	5699-4500	2098747	10593	13,40	15,25	78,15	55,53
7	7799-5700	1832241	12099	11,70	17,42	89,85	72,95
8	12999-7800	1209669	11681	7,73	16,81	97,58	89,76
9	أكثر 13000	379033	7111	2,42	10,24	100	100
10	إجمالي	15658870	69469	100	100		

معلومات المحور الرأسي

معلومات المحور الافقي



- لاحظ أن

$$(11) \quad \sum_{i=1}^{n} (P_i - P_{i-1})(L_i + L_{i-1}) = 0.66$$

← وعليه فإن معامل جيني يساوي

$$\mathbf{G = 1 - 0.66 \qquad = 0.34}$$

← أي أن معامل جيني يساوي

33.4% ←

مؤشر أتكنسون :

- كل هذه المؤشرات ، بما فيها مؤشر جيني ، تعتمد على صيغ إحصائية في مساهمة رائدة وضح أتكنسون انه يمكن إسناد قياس عدم عدالة التوزيع إلى نظرية الرفاه الاجتماعي ، واقترح ما اصبح يُعرف بمؤشر أتكنسون لقياس عدم عدالة التوزيع .

- يعتمد مؤشر أتكنسون على مفهوم "الدخل المكافئ للتوزيع العادل" والذي يعرف على أنه مستوى الدخل الذي إذا تحصل عليه كل فرد سيجعل مستوى الرفاه للمجتمع مساويا لمستوى الرفاه الذي يترتب على التوزيع المشاهد .

- إذا رمزنا لمستوى الرفاه للفرد الواحد بالحرف U ($U^1>0, U^{11}\leq 0$) وكان كل الأفراد متشابهين فإن مستوى الرفاه الذي ينتج عن التوزيع المشاهد هو مجموع رفاه الأفراد ومن ثم يعرف "الدخل المكافئ للتوزيع العادل" على النحو التالي :

$$nU(y_e) = \sum_{\varepsilon=1}^{n} U(y_i)$$

- على أساس هذا التعريف تم صياغة مؤشر لعدم عدالة التوزيع على النحو التالي:

$$A = [1 - y_e / \mu]$$

حيث μ هي متوسط الدخل . لاحظ أنه إذا كان الدخل المكافئ للتوزيع العادل مساويا لمتوسط الدخل فإن درجة عدم عدالة التوزيع ستساوي صفر .

- لأغراض التطبيق عادة ما تأخذ دالة رفاهية الفرد (دالة التفضيل) الشكل التالي :

أ) إذا كانت ε مختلفة عن واحد =

$$U(y) = \frac{1}{1-\varepsilon} y^{1-\varepsilon}$$

ب) إذا كانت ε تساوي واحد =

$$U(y) = \log y$$

تعرف ε بأنها "معامل تجنب عدم المساواة بحيث كلما ارتفعت قيمتها كلما كان المجتمع عازفا عن حالات عدم المساواة ومفضلا لحالات المساواة .

- على أساس هذا الشكل لدالة الرفاهية يمكن الحصول على الدخل المكافئ للتوزيع العادل على النحو التالي :

$$n\left[\frac{y_e^{1-\varepsilon}}{1-\varepsilon}\right]=\frac{1}{1-\varepsilon}\sum_{i=1}^{n}y_i^{1-\varepsilon}$$

$$\Leftrightarrow y_e=\left[\frac{1}{n}\sum_{\varepsilon-1}^{n}y_i^{1-\varepsilon}\right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$$

حساب مؤشر أتكينسون :

- تمعن التوزيع التالي : (500,400,300,200,100) في هذا التوزيع يمكن حساب مؤشر أتكينسون لمختلف قيم معامل تجنب عدم المساواة على النحو التالي :

شرائح الإنفاق: y (وحدة عملة للفرد في الفترة الزمنية)	ε=1 log y	ε=1.5 $y^{-0.5}$	ε=2 y^{-1}
100	2.00	0.100	0.0100
200	2.30	0.071	0.0050
300	2.48	0.058	0.0030
400	2.60	0.050	0.0025
500	2.70	0.045	0.0020
إجمالي	12.08	0.324	0.0225

- لاحظ أن متوسط الإنفاق يساوي $\mu = 300$.
- في حالة معامل تجنب عدم مساواة مساوياً لواحد نحصل على الإنفاق المكافئ للتوزيع العادل على النحو التالي :

$$5\log y_e = \sum \log y_i = 12.08$$

$$\log y_e = \frac{12.08}{5} = 2.416 \quad \rightarrow \quad \boxed{y_e = 261}$$

ونحصل على مؤشر أتكينسون :

$$A = 1 - \frac{y_e}{\mu} = 1 - \frac{261}{300} = 0.13$$

- في حالة معامل تجنب عدم مساواة مساوياً 1.5 نحصل على الإنفاق المكافئ للتوزيع العادل على النحو التالي :

$$5y_e^{-0.5} = 0.324 : y_e^{-0.5} = 0.0648$$

$$\boxed{y_e = (0.0648)^{-2} = 238}$$

ونحصل على مؤشر أتكينسون :

$$A = 1 - {y_e}/{\mu} = 1 - \frac{238}{300} = 0.21$$

- في حالة معامل تجنب عدم مساواة مساوياً 2 نحصل على الإنفاق المكافئ للتوزيع العادل على النحو التالي :

$$5y_e^{-1} = 0.0225 \quad \rightarrow \quad \boxed{y_e = \left(\frac{0.0225}{5}\right)^{-1} = 222}$$

ونحصل على مؤشر أتكينسون :

$$A = 1 - \frac{y_e}{\mu} = 1 - \frac{222}{300} = 0.26$$

حساب مؤشر أتكينسون لحالة اليمن :

- مؤشر أتكينسون لحالة اليمن 1998 : يوضح الجدول التالي الخطوات الأولى لحساب مؤشر أتكينسون في حالة اليمن وذلك لحالتي معامل تجنب عدم مساواة 1.5 و 2 .لاحظ أن حالة اليمن تمثل معلومات مجمعة على الشرائح السكانية .

- لاحظ أنه في حالة فئات الدخل المعمول بها فإن "الدخل المكافئ للتوزيع العادل" سيأخذ الشكل التالي :

$$y_e = \left[\sum_{j=1}^{7} b_j y_j^{1-\varepsilon} \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$$

حيث b_j هي التوزيع التكراري النسبي للسكان وحيث y_j هي متوسط دخل الشريحة السكانية

فئة الدخل	التكرار النسبي b_j	متوسط الدخل (ريال)	$\varepsilon=1.5$ $by^{-0.5}$	$\varepsilon=2$ by^{-1}
1	0.2428	1744	0.0058	0.000139
2	0.2552	2993	0.0047	0.000085
3	0.1495	4012	0.0024	0.000037
4	0.1340	5047	0.0019	0.000027
5	0.1170	6603	0.0014	0.000018
6	0.0773	9656	0.0008	0.000008
7	0.0242	18761	0.0002	0.000001
المجموع	1.000	4436	0.0172	0.000315

- في الجدول يمثل المجموع تحت العمودين (3) و (4) مدخل حساب الدخل المكافئ للتوزيع العادل والذي ينبغي أن يرفع إلى قوة حسبما توضحه المعادلة. باستخدام هذه النتائج يتم الحصول على الدخل المكافئ على النحو التالي :

معامل تجنب عدم المساواة	أس مدخل حساب الدخل المكافئ	الدخل المكافئ (ريال)	مؤشر أتكنسون (%)
1.5	2-	$3380^{=2-(}0.0172)$	23.81
2	1-	$3174^{=1-(}0.000315)$	28.45